

Mathématiques 2 appliquées

Conception ESSEC

Session 2023

1 – Le sujet

Il étudiait un modèle de processus de Markov homogène fini à temps continu, défini à partir de sa matrice génératrice et d'hypothèses "markoviennes". Deux exemples d'application en finance de ce modèle étaient proposés dans la partie 3.

Il comportait quatre parties majoritairement indépendantes qui abordaient de nombreuses notions de probabilité, d'algèbre et d'informatique du programme.

La diversité des notions mises en jeu et la progressivité de la difficulté de résolution des questions ont permis aux correcteurs d'évaluer le niveau en mathématiques des candidats et d'établir un classement fidèle à ce niveau.

2 – Barème, attentes du jury

Partie 1 : 42%, partie 2 : 17%, partie 3: 23%, partie 4: 17%, du barème.

Une majorité des candidats a montré qu'elle avait préparé le concours avec sérieux et détermination.

Dans le sujet, de nombreux résultats étaient donnés ce qui a pour but de faciliter la résolution de ces questions. En contrepartie, la solution proposée par le candidat doit être précisément argumentée et ne pas être réduite à une paraphrase de la question posée.

Les recherches infructueuses ne doivent pas figurer sur la copie sauf si elles constituent un début de preuve.

Bien entendu, toutes les tentatives consistant à faire passer du « bavardage » pour un raisonnement logique ont été sévèrement sanctionnées.

Sur la forme, le jury attendait que les copies soient lisibles, propres, les résultats mis en évidence et les réponses aux questions bien séparées avec une numérotation identique à celle de l'énoncé.

Malheureusement un nombre non négligeable de candidats ne respectent pas ces règles ce qui les pénalise.

3 – Remarques de correction

Remarques générales

- Dans trop de copies la présentation n'est pas satisfaisante. On rappelle que l'encadrement des résultats n'est pas une option !
- La numérotation des questions doit être scrupuleusement respectée ce qui n'est pas toujours le cas.
- On rappelle qu'il est judicieux d'utiliser une encre suffisamment foncée pour offrir une bonne lisibilité au correcteur.
- Il n'est pas nécessaire de laisser plusieurs pages blanches lorsqu'on saute plusieurs questions, une à la rigueur.

Ce qui a été plutôt bien fait ou/et su :

- La résolution des équations différentielles d'ordre 1.
- La vérification que des valeurs sont des valeurs propres.
- Limites avec exponentielles et du type $\lim ((1-t/k)^k)$ lorsque k tend vers infini
- Python Q9a et 9c
- La formule des probabilités totales est globalement bien connue
- Idem pour la réduction des matrices et le calcul matriciel
- La rédaction des récurrences simples est souvent propre

Des erreurs trop fréquentes :

- De la confusion entre la formule des probabilités composées et des probabilités totales.
- Sur les propriétés du spectre des matrices symétriques (ex : symétrique alors non inversible, symétrique donc des valeurs propres sont les valeurs de la diagonale).
- Sur la factorisation d'un polynôme qui ne posait pas vraiment de difficulté.
- Notation de Landau, propriétés mal assimilées (partie I Q2)
- Continuité non précisée pour justifier l'existence d'une intégrale.
- Partie 2 Q10b: la somme de la formule du binôme de Newton commence souvent à $i=1$.
- Très peu d'étudiants savent sortir le terme de rang 0 dans une somme
- Q2 et Q3 : Beaucoup d'étudiants n'ont pas compris qu'il y avait une formule pour $i=j$ et une formule pour $i \neq j$. Aussi de mauvaises manipulations des sommes pour obtenir le résultat proposé.
- Règles de calculs sur les petits o peu connues par les candidats.
- Peu de candidats voient quand il faut utiliser la formule des probabilités composées
- Question 12 : beaucoup croient que la norme est le plus grand coefficient de la matrice en valeur absolue.
- Beaucoup de questions demandaient de montrer une égalité, conclure en encadrant juste l'égalité donnée par l'énoncé est insuffisant.
- Q8a beaucoup d'étudiants ont essayé une preuve par récurrence alors que le résultat est demandé pour tout s réel positif.

4 – Conseils aux futurs candidats

Les correcteurs attendent des candidats qu'ils proposent des solutions complètes mais sans longueurs inutiles.

Il faut pour cela prendre le temps d'analyser le problème posé. Toutes les questions d'un sujet de concours ne peuvent pas commencer par « Montrer que ».

Dans le cas d'une question plus ouverte, il faut être critique avec les solutions que l'on pense avoir trouvées. L'étude d'un cas particulier simple peut rapidement invalider un résultat.

Ce type de question demande une réflexion en amont de la rédaction d'une solution.

La longueur de l'épreuve ne doit pas conduire les candidats à se précipiter dans la rédaction des questions qui sont à leur portée. Pour avoir une très bonne note, la résolution d'environ 50% des questions suffit en général.

Les candidats ont tout intérêt à faire une lecture approfondie de la totalité du sujet pour essayer de comprendre sa finalité et repérer des questions indépendantes du contexte du problème.

Nous demandons aussi aux futurs candidats d'être honnêtes vis à vis des résultats qu'ils proposent. Une page blanche vaut mieux qu'une page remplie de calculs stériles et/ou faux.

Pour conclure, nous insistons sur le fait qu'il est impossible d'obtenir une note convenable sans une connaissance précise et globale du cours pour mettre en œuvre les méthodes de résolution adaptées aux questions posées.