

MATHEMATIQUES III 2008
(épreuve n°289)

Epreuve conçue par HEC

Voie économique

| | NBRE CANDIDATS | MOYENNES | ECARTS-TYPE |
|--------------------------|-------------------|----------|-------------|
| RESULTATS GLOBAUX | 1 727 | 9,25 | 4,12 |

| VOIES PREPARATOIRES | | | |
|----------------------------|-------|------|------|
| Economique | 1 727 | 9,25 | 4,12 |

| ECOLES UTILISATRICES | | | |
|-----------------------------|-------|-------|------|
| HEC | 1 168 | 10,10 | 4,08 |
| ESCP-EAP | 1 693 | 9,28 | 4,11 |

Le sujet

Un exercice et un problème indépendants composaient le sujet de cette année. L'exercice portait sur la minimisation d'une fonction de deux variables réelles se présentant sous la forme d'une somme de carrés. Cet exercice, dont le thème sous-jacent était de nature statistique, pouvait être résolu avec les instruments du programme de mathématiques de l'option économique.

Le problème s'intéressait à un modèle élémentaire de propagation d'un virus au sein d'une population de N individus. Dans la partie 1, on considérait le cas particulier $N = 3$ avec une probabilité de contamination $p = 1/3$; cette partie faisait appel à des connaissances d'algèbre linéaire (inversibilité d'une matrice, diagonalisation) et de probabilités (lois conditionnelles, loi binomiale, formule des probabilités totales). La partie 2 généralisait la partie précédente en admettant tous les résultats « délicats » sur les matrices stochastiques M ; les questions concernaient alors la décomposition d'un vecteur de probabilités dans une base de vecteurs propres de la matrice M . La partie 3, indépendante des deux parties précédentes, avait pour objectif la détermination d'un estimateur ponctuel et de deux estimations par intervalle du paramètre p ; pour la traiter, un certain nombre de résultats de probabilités et d'analyse était requis : inégalité de Bienaymé-Tchebychev, étude de fonctions, inégalité de Taylor-Lagrange, estimateur et risque associé à un intervalle de confiance.

Les résultats statistiques

Le barème de notation accordait à l'exercice, 15% de la note finale et au problème, 35% pour la partie 1, 25% pour la partie 2 et 25% pour la partie 3.

Sur l'ensemble des 1.727 candidats, la note moyenne est de 9,25 avec un écart-type de 4,12. Les résultats par école sont les suivants :

- HEC (1.168 candidats) – moyenne : 10,10 ; écart-type : 4,08.
- ESCP-EAP (1.693 candidats) – moyenne : 9,28 ; écart-type : 4,11.

Une dizaine de candidats, ayant traité correctement près des trois-quarts du sujet, ont obtenu la note maximale de 20, alors qu'une centaine de candidats (6%) ont eu une note supérieure à 16.

Commentaires

Dans l'exercice, seules les questions 1 et 2a ont été traitées par une majorité de candidats ; le reste fut abordé sans grand succès excepté une poignée de candidats qui se sont nettement distingués à cette occasion. On note toutefois des difficultés dans le maniement du symbole Σ (par exemple, $\Sigma u_i = 0 \Rightarrow u_i = 0$). Les parties 1 et 2 du problème ont souvent été abordées et parfois correctement résolues (en particulier la partie 1) ; les techniques liées au calcul matriciel (pivot, inversion, etc.) sont bien connues par une grande fraction de candidats. En revanche, des écritures telles que $P_{[X_n=0]}(X_{n+1})$, restent trop fréquemment présentes dans les copies. Remarquons enfin que la notion de « sans biais » et de risque quadratique sont de mieux en mieux intégrées par les candidats