

MATHEMATIQUES 2

Option Economique

Elodie Massart

DESCRIPTION DU SUJET

Le sujet mettait en lumière l'intérêt de la notion de médiane. Le point de vue adopté était d'illustrer des résultats théoriques en expliquant comment ils interviennent dans l'établissement d'une stratégie simple de couverture pour une société d'assurance vie. L'objectif était de mettre les candidats en situation de réflexion tant sur les concepts que sur leur signification lorsqu'ils sont utilisés pour résoudre un problème concret du type de ceux auxquels les candidats pourraient être confrontés dans leur futur métier. Le problème se situait dans le cadre des probabilités discrètes dans ses parties I, II et IV, avec une insistance sur l'utilisation de la loi de Poisson sans exclure l'usage du cadre des probabilités continues qui apparaissait naturellement via le théorème de la limite centrée, conformément à l'esprit du programme. La partie III faisait appel à l'analyse classique des suites, des séries et des fonctions. L'ensemble couvrait donc une large part du spectre du programme.

Le résultat principal établi dans le sujet est d'un énoncé très simple : la loi de Poisson de paramètre entier $\lambda > 0$ admet pour unique médiane λ . Noter que pour plus de simplicité on admettait un résultat à la question III.B.9 dont la preuve peut être aisément obtenue en établissant la *stricte* monotonie des suites aux questions III.B.3 (ii) et (iii) en lieu et place de la monotonie.

Remarques générales

On peut noter dans l'ensemble un effort de présentation et de rédaction, même si Bernoulli est souvent mal orthographié et Poisson n'a pas de majuscule pour la plupart des candidats...

L'ensemble des copies est très contrasté. Environ un quart des candidats semble ne pas concourir, présentant des copies presque blanches, ou délaissant totalement des questions très faciles. Mais un quart aussi des copies est de très bonne qualité avec même quelques excellentes prestations.

Le sujet a permis un bon étalement des notes de 0 à 20, ce qui semble montrer sa bonne adaptation à la filière.

Bilan détaillé de la correction

Partie I

A.

I.A.1 Question correctement traitée ou bien réponse fantaisiste.

I.A.2 Réponse souvent mal rédigée, peu d'élèves introduisent des variables auxiliaires Y_i représentant le nombre de décès la i -ème année.

I.A.3 Cours connu.

I.A.4 Peu d'élèves interprète correctement la question en terme de fonction de répartition d'une loi gaussienne centrée et réduite. L'unicité de t_0 et sa positivité sont souvent ignorées.

I.A.5 Les hypothèses précises du théorème de la limite centrée sont très rarement connues. La plupart des candidats ayant abordés la question utilisent un raisonnement d'approximation par la loi normale.

B.

I.B.1 Le résultat était donné...

I.B.2 Question peu abordée. Raisonnement souvent assez correct même si l'unicité de t_0 est occultée.

I.B.3 Question peu abordée. Les candidats se contentent souvent de donner une minoration de N .

Partie II

II.1 Confusion entre définition et propriétés. Parfois la définition de fonction de répartition n'est donnée que dans le cas où X est à densité.

II.2 La loi de Bernoulli est connue mais il y a des erreurs dans le calcul des probabilités. Définition de $M(X)$ mal comprise, donc peu de copies avec $M(X) = [0, 1]$.

II.3 Certains candidats oublient de distinguer $x \geq 0$ et $x < 0$ dans l'expression de la fonction de répartition d'une loi exponentielle.

II.4 Question assez correctement traitée.

II.5 Question traitée la plupart du temps avec un manque de rigueur. Pour certains une fonction de répartition est toujours strictement croissante, pour d'autres les espaces de départ et d'arrivée sont omis.

II.6 Question très peu traitée, ou bien des affirmations non prouvées.

Partie III

A

III.A.1 Question souvent bien traitée. Certains candidats pensent pouvoir utiliser un développement limité pour conclure.

III.A.2 Certains ont des difficultés à manipuler le logarithme et la fonction exponentielle. Mais beaucoup de bonnes réponses.

III.A.3 Les hypothèses du théorème de comparaison sont mal connues.

III.A.4 La série télescopique est souvent reconnue mais les conclusions sur les limites des suites manquent de rigueur. Certains semblent surpris de trouver une série divergente et tentent de modifier certains signes pour pouvoir conclure de la convergence...

B

III.B.1 Assez souvent bien traitée mais beaucoup de maladresses dans les calculs et les simplifications des sommes.

III.B.2 Des soucis dans la manipulation des indices.

III.B.3 (i) Certains candidats pensent à utiliser la formule de Taylor reste intégral mais peu le cite correctement. La démonstration par intégration par partie est faite le plus souvent.

(ii) Beaucoup de difficultés. La plupart des copies étudient le signe de $P_n(n) - P_n(n-1)$.

(iii) Question très rarement traitée.

III.B.4 Notion de suite adjacente connue.

III.B.5 Le résultat est souvent pressenti en utilisant l'approximation par la loi normale et non en utilisant le théorème de la limite centrée.

III.B.6,7,8 Bien lorsqu'elles sont traitées.

III.B.9 L'interprétation n'est pas vue.

Partie IV

C'est une partie peu abordée. Des confusions entre la notion de variable aléatoire et celle d'événement.

De très bonnes choses dans quelques excellentes copies.

Correcteurs : Patrick BLOCH, Daniel BOICHU, Martin CANU, Hervé CHABERT, Rémi COUTENS, Bernadette GERADIN, Cécile HARDOUIN-CECCANTINI, Philippe HEUDRON, Jean-Yves LARQUÉ, Marie-Françoise LE DANTEC, Claude LEGRAND, Elodie MASSART, André MEYER, Michèle RONDEAU, Armelle VANOT.