

MATHEMATIQUES 2

Option Economique

Elodie Massart

DESCRIPTION DU SUJET

Le sujet proposait une modélisation de la navigation d'un internaute sur le web via Google. Le but était de lever un coin du mystère entourant la notion de PageRank d'une page web, indice de fréquentation censé croître avec la probabilité pour qu'un surfeur se retrouve effectivement sur cette page.

Il était constitué d'un problème composé de quatre parties. Deux d'entre elles abordaient le domaine des probabilités discrètes. Les deux autres permettaient par ailleurs de tester les compétences des candidats sur une large part du programme d'algèbre linéaire via une étude abstraite des propriétés spectrales des matrices stochastiques.

Remarques générales

Le problème contenait des questions très détaillées et progressives pour permettre au plus grand nombre des candidats de s'exprimer aisément. Cependant les candidats n'ont en général pas su utiliser les indications données, probablement parce qu'ils ont éprouvé de grandes difficultés à s'adapter aux notations.

Maîtrisant mal le produit matriciel pour une large majorité d'entre eux, ils n'ont pu traiter qu'un petit nombre de questions signifiantes allant même jusqu'à délaisser les questions les plus élémentaires concernant des matrices d'ordre 2.

D'un point de vue quantitatif, si un quart des candidats semblent ne pas vraiment concourir, il y a aussi un quart des candidats avec une très bonne ou même parfois excellente copie. Ce sujet a donc permis d'étaler fortement les performances des candidats.

Bilan détaillé de la correction

Preliminaires :

P1. Beaucoup de candidats pensent que $|-x| = x$ pour tout x réel.

P2 a. Assez bien traitée.

P2 a et b . Questions non comprises.

Partie I

A.1 Correct dans l'ensemble

A.2 Erreur dans la manipulation des sommes avec en particulier $\sum_{i=1}^N \frac{1-\rho}{N} = \frac{1-\rho}{N}$.

A.3 Peu abordée.

A.4 Bien traitée.

A.5 Mauvaise maîtrise du produit matriciel.

B.1 Souvent incomplète. Il manque parfois la positivité du vecteur V_n .

B.2 Problème dans l'utilisation des notations, on lit souvent

$$P(\{X_n = i\} \cap \{X_n = j\}) = G(i, j)V_{n-1}.$$

B.3 On retrouve les problèmes liés au produit matriciel.

B.4 On lit parfois (V_k) géométrique.

Partie II

A.1 On note un manque de rigueur dans la rédaction de la résolution du système linéaire
L'utilité de $q \neq 0$ et $q' \neq 0$ est souvent omise.

On cherche même dans certaines copies V sous la forme d'une matrice 2×2 .

A.2 Question rarement traitée. La positivité des coordonnées est souvent oubliée.

A.3 La récurrence est souvent proposée, mais les calculs (assez longs) sont parfois escamotés.

A.4 Moyen dans l'ensemble. On lit parfois que $0 < 1 - q - q' < 1$.

Certains continuent à utiliser la matrice 2×2 proposée en A. pour traiter la partie B !

B.1 Beaucoup se contentent d'écrire que la somme des termes d'une ligne de ${}^t Q$ vaut 1.

B.2 Des difficultés : certains utilisent ${}^t((Q - I)A) = {}^t(Q - I)A$.

B.3 Beaucoup de confusions. On peut lire par exemple :

« 1 est valeur propre de Q (sans rappeler l'utilité de $U \neq 0$) donc ${}^t Q - I$ est inversible, donc $Q - I$ inversible et 1 est valeur propre de Q . »

B.4, B.5 et B.6 Questions non comprises. Beaucoup de candidats utilisent les propriétés classiques sur la valeur absolue d'un réel dans le cadre de la valeur absolue d'un vecteur sans justification.

C.1 Non traitée.

C.2 Bien traitée dans quelques très bonne copie.

C.3 Question souvent bien faite, même par ceux qui semblaient déroutés par les notations.

C.4 Question non comprise.

C.5 Bien fait.

C.6 et C.7 Questions très peu abordées.

C.8 Question parfois bien traitée.

C.9 Non vu.

Partie III

- Dans cette dernière partie, seule la question B.1 est été souvent abordée et bien faite.
- La notion de norme 1 n'est pas maîtrisée, on lit souvent $\|QV\|_1 = \sum_{i=1}^N |Q(i, j)v_j|$.
- De grandes difficultés à faire le bilan des résultats prouvés pour une matrice stochastique et strictement positive.