CONCOURS EDHEC 2003
RAPPORT DU JURY
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES
(Option Économique)

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur la presque totalité des connaissances exigées en classe préparatoire. Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités.
Les correcteurs ont trouvé le sujet abordable (plus que l'année dernière) et sélectif : les bons et très bons candidats pouvaient facilement faire la différence, tandis que les candidats de niveau moyen pouvaient tout de même tirer leur épingle du jeu en traitant l'exercice 3 et une partie du problème ce qui leur permettait de montrer qu'ils avaient travaillé sérieusement les mathématiques.

• L'exercice 1 avait pour but de déterminer un équivalent du reste d'une série convergente.

• L'exercice 2 avait pour objectif d'étudier une variable à densité suivant la loi monôme d'ordre n (une densité f étant donnée par $f(x) = n\,x^{n-1}$ sur $[0, 1]$ et par $f(x) = 0$ ailleurs) puis de déterminer la loi de $Sup\,(U_n, V_n)$, où U_n et V_n suivaient la loi monôme d'ordre n.

• L'exercice 3, portant sur le programme d'analyse, proposait l'étude d'une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où la fonction f était définie par $\begin{cases} f(x) = \ln(\dfrac{e^x - 1}{x}) & \text{si} \quad x \neq 0 \\ f(0) = 0. \end{cases}$

• Le problème proposait d'étudier une chaîne de Markov, en relation avec le programme d'algèbre linéaire.

Statistiques :

Pour l'ensemble des 2804 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est de 10,89 sur 20.

34 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8.
25 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
23 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Pour les seuls candidats au concours EDHEC, la moyenne est de 12,76 sur 20.

Analyse des copies :

Les correcteurs constatent cette année que les candidats savent appliquer les techniques classiques étudiées pendant les deux années de classe préparatoire, mais ils manquent de rigueur dans leurs démonstrations, se contentent souvent de donner le nom d'un théorème sans le citer correctement avec les hypothèses pour lesquelles il s'applique et surtout sont désemparés dès que l'on propose des thèmes un tant soit peu originaux (début du problème) ou demandant une technique à toute épreuve (exercice 1).

Les copies sont, pour la plus grande part, bien présentées et honnêtes, mais les correcteurs ont constaté que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, les candidats sont prêts à tout pour les retrouver: ceci est sanctionné sévèrement.

Voici une liste des quelques fautes les plus fréquentes (chacune d'entre elles a été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année:

Exercice 1

• $e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{e^x}$.

• $\forall x > 0,\ e^{\frac{1}{x}} \leq 1$.

• $\int_n^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx = \int_n^{+\infty} e^{\frac{1}{x}}\,dx \ \int_n^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx$.

• $\forall x > 0,\ \frac{1}{x} < 1$.

• Une primitive de $x \mapsto e^{\frac{1}{x}}$ est $x \mapsto -x^2 e^{\frac{1}{x}}$.

Exercice 2

• $V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t)\,dt$ (cette dernière intégrale étant en fait égale à $E(X^2)$).

• Une densité de X_1 est la fonction f_1 définie par $f_1(x) = 1$ sur $[0, 1]$ et $f_1(x) = 0$ ailleurs, donc X_1 suit une loi de Bernoulli.

• La fonction de répartition de X_n est nulle sur $[1 +\infty[$, ce qui contredit la valeur bien connue de la limite d'une fonction de répartition en $+\infty$.

Exercice 3

• Beaucoup de candidats confondent (ou font semblant) $\mathbb{R}^*$ et $\mathbb{R}_+^*$.

• $\frac{e^x - 1}{x} > 0 \Leftrightarrow e^x - 1 > 0$.

• La fonction f est continue et dérivable donc elle est de classe C^1.

• $f(0) = 0$ donc f est continue en 0.

• Dire que f est continue comme "composée" de fonctions continues sans même vérifier que les dites fonctions sont bien définies sur D_f ne suffit pas au bonheur du correcteur.

Problème

• La matrice M étant une matrice de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$ et C_1 un vecteur colonne de $\mathcal{M}_{4,1}(\mathbb{R})$, certains candidats ont trouvé que le produit était une matrice de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$.

• $P(X_k = 1) = \frac{7}{6}$; $P(S_n = 2) = 2$; $P(S_n = 3) = \frac{4}{3}$.

• (U_n) étant une suite de matrices de $\mathcal{M}_{4,1}(\mathbb{R})$ vérifiant $U_{n+1} = AU_n$, il est hors de question d'écrire que la suite (U_n) est une suite "géométrique" (les seules suites géométriques mentionnées dans le programme sont les suites réelles). L'énoncé exigeait une récurrence pour obtenir le résultat $U_n = M^{n-2}U_2$: il fallait la faire.

• $X_1, X_2, \ldots. X_n$ et S_n étant des variables aléatoires, les égalités suivantes n'ont aucun sens :

$$S_n = \bigcup_{k=1}^{n} X_k \ ; S_n = \bigcup_{k=1}^{n} (X_k = 1) \ ; S_n = \sum_{k=1}^{n} (X_k = 1).$$

Conclusion :

Les correcteurs ont trouvé beaucoup de bonnes et de très bonnes copies, et beaucoup moins de copies indigentes (note inférieure à 2) qu'en 2002, mais il faut signaler que l'épreuve était moins originale donc moins déroutante que l'année dernière.

Les candidats connaissent visiblement mieux leur cours que par le passé mais ils semblent aborder les mathématiques de manière robotique, sans réfléchir beaucoup et souvent sans lire assez attentivement l'énoncé. Beaucoup "bluffent" lorsque le résultat est donné (en probabilités notamment) et ceci est très mal vu des correcteurs. Nous conseillons donc aux futurs candidats de travailler les mathématiques en ne perdant jamais de vue que la recherche d'une solution doit être argumentée, rigoureuse et honnête.