Concours **EDHEC** **2010**
Classes Préparatoires

MATHEMATIQUES

Concours d'admission sur classes préparatoires
Option économique

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
Le sujet balayait largement le programme en donnant une place importante aux probabilités (premier exercice et problème).
La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme. Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé ce sujet sélectif, d'un niveau abordable, mais laissant encore plus d'initiative aux candidats que par le passé. Il a permis de bien apprécier les connaissances et les capacités à raisonner des candidats, ce qui est le premier but d'un texte de concours.

• L'exercice 1 proposait l'étude d'une fonction de 2 variables réelles dont l'étude locale en les points critiques ne permettait pas de conclure à la présence d'un extremum, mais pour laquelle l'utilisation d'une inégalité relativement élémentaire à établir garantissait la présence d'un minimum global.

• L'exercice 2 étudiait une suite (u_n) définie comme un produit, puis proposait de montrer la convergence de la série de terme général $\ell - u_n$, où ℓ désigne la limite de la suite (u_n).

• L'exercice 3 avait pour but de déterminer la loi de la variable aléatoire $Y = \ln|X|$, où X était une variable aléatoire suivant une loi donnée par l'énoncé, de support $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$. Une simulation informatique de la loi exponentielle de paramètre 1 était proposée en fin d'exercice (cette loi était bien sûr celle qu'il fallait trouver pour Y).

• Le problème, portant sur le programme d'algèbre linéaire et de probabilités, avait pour objectif d'étudier une suite de variables aléatoires discrètes attachée à une suite d'expériences aléatoires pour lesquelles une simulation informatique était proposée.

Statistiques :

Pour l'ensemble des 3482 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,38 sur 20 et l'écart type vaut 5,15.

36 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (dont presque un tiers ont une note inférieure à 4). Le nombre de copies très faibles (note inférieure à 4) est en diminution de 5 % par rapport à l'année dernière.
26 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
17 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.
Analyse des copies :
L'exercice 1 a révélé que peu de candidats sont vraiment bien préparés aux notions du programme vues vers la fin de l'année, mais aussi que certains (trop) ne connaissent pas les notions élémentaires de calcul vues au collège…

L'exercice 2 a révélé qu'en analyse, les candidats savent, en majorité, traiter les questions classiques, mais sont capables de commettre des fautes inattendues : fautes de calcul sur les fractions, justifications maladroites ou complètement fausses d'inégalités classiques (comme $\ln(1+x) \leq x$ pour tout x plus grand que -1).

L'exercice 3, montre que beaucoup de candidats maîtrisent mal l'étude d'une variable à densité fonction d'une autre, notamment en ne s'intéressant pas à son support en tout premier, ce qui donne lieu à des discussions peu rigoureuses pour conclure.

Le problème a, en ce qui concerne sa partie d'algèbre linéaire, été correctement traité mais on sent que certains candidats ont des habitudes (appliquant des recettes) et que si on les oblige à travailler sur un schéma différent de celui qu'ils connaissent, ils se perdent.
La partie probabilités laisse encore plus perplexe : peu de candidats ont réellement su analyser correctement la description de l'expérience aléatoire qui leur était proposée.

Les copies sont en grande majorité honnêtes, les candidats précisant clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée.
Cela dit, il faut noter cette année encore que certaines copies sont mal présentées : résultats mal mis en valeur (ni encadrés, ni même soulignés), numérotation des questions non respectée, etc.
Comme l'année dernière, les correcteurs ont constaté que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, certains candidats sont prêts à tout pour faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé : qu'ils sachent que ceci est sanctionné très sévèrement et qu'aucun correcteur n'est dupe.
Certains correcteurs demandent donc s'il est possible d'établir un malus qui serait attribué aux copies mal présentées et/ou malhonnêtes : la question est à l'étude.

Voici une liste des quelques fautes, omissions et imprécisions les plus fréquentes (chacune d'entre elles ayant été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année :

Exercice 1

• Il est faux d'écrire que, comme $x^2 = y^2$, alors on a : $x = y$.

• Il n'est pas question de justifier la classe C^2 d'une fonction de deux variables en citant les applications $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $y \mapsto \frac{1}{y}$. Dans le cas présent, il fallait citer $(x, y) \mapsto \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, et si possible, sans omettre de signaler que les dénominateurs sont différents de 0 sur $]0,+\infty[^2$.

• Une définition mal comprise : l'inégalité « $\forall(x,y)\in]0,+\infty[^2,\ f(x,y)\geq 4$ » ne prouve pas que la fonction *f* possède un minimum global égal à 4 sur $]0,+\infty[^2$, mais seulement que 4 est un minorant de *f* sur $]0,+\infty[^2$.
• Le scandale : trop de candidats ne savent pas montrer que : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ (x+y)^2\geq 4xy$.

Exercice 2.
• Il n'est vraiment pas bien d'écrire qu'une suite bornée converge toujours…
• Presque tous les candidats semblent ignorer qu'un majorant ne doit pas dépendre de la variable : ayant obtenu $\ln(u_n) \leq 2 - \frac{1}{2^n}$, on ne peut pas qualifier le membre de droite de majorant de $\ln(u_n)$.
• Une faute assez fréquente : ayant obtenu $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n}{2^{n+1}}$, de nombreux candidats n'ont pas cité la positivité de u_n pour déduire la croissance de la suite (u_n).
• La majorité des candidats passent à la limite avant d'avoir établi la convergence des suites en jeu.
• L'horreur : pour certains candidats, le logarithme d'un produit est égal au produit des logarithmes !

Exercice 3
• Il n'est vraiment pas bien de manipuler des intégrales impropres avant d'en avoir établi la convergence.
• Il n'est pas correct de citer l'imparité de la fonction $t\mapsto tf(t)$ pour affirmer que $\int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)\,dt$ =0. Dans le cas présent, cette dernière intégrale était divergente.
• Il est impardonnable d'enchaîner ce qui suit : $x < 0$ donc $-x < 0$ donc $e^{-x} < 1$ donc $1-e^{-x} < 0$. Seul le deuxième "donc" est correct !
• Il faut éviter d'écrire l'égalité suivante : $\int_1^{+\infty} f(t)dt = \int_1^A f(t)dt$, même en ajoutant ensuite « lorsque *A* tend vers $+\infty$ ».

Problème
• Trop de candidats oublient, après avoir trouvé Ker f = Vect($e_2 - e_3$), de préciser que le vecteur $e_2 - e_3$ est non nul afin de conclure que ($e_2 - e_3$) est une base de Ker*f*.
• Il faut absolument éviter de procéder à des opérations élémentaires sur les colonnes d'une matrice, ce n'est pas au programme.
• Le must que l'on s'attend toujours à voir, et que l'on a vu sur un certain nombre de copies : trouver dim Ker f = 4 et dim Imf = 5, alors que f désigne un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$, ce qui prouve la confusion qui règne dans l'esprit de certains candidats.

Conclusion :
Le niveau moyen semble en hausse par rapport à l'année dernière, il y a beaucoup moins de copies très faibles ("seulement" 82 copies ont moins de 2 sur 20).
Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.