

**Concours d'admission sur classes préparatoires  
Option économique**

**RAPPORT DU JURY  
ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES  
2017**

**Présentation de l'épreuve**

- L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur une partie conséquente du programme des classes préparatoires.
- Le sujet balayait largement le programme en donnant, comme d'habitude, une place importante aux probabilités (troisième exercice et problème).

La diversité des thèmes abordés a permis à tous les candidats de s'exprimer et de montrer leurs compétences, ne serait-ce que sur une partie du programme.

- Chaque exercice, problème compris, comportait une ou plusieurs questions d'informatique.
- Dans l'ensemble, les correcteurs ont trouvé le sujet un peu long (comme d'habitude), parcourant une bonne partie du programme d'ECE, équilibré, bien adapté au public concerné (de nombreuses questions étaient faisables), et suffisamment discriminant par la présence de questions techniquement difficiles ou abstraites. Certains ont regretté que, dans le problème, trop de points soient donnés lors de questions répétitives.

**Description du sujet**

**L'exercice 1** proposait la recherche des extrema globaux de la fonction  $f$  définie par :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$$

Une question d'informatique demandait de compléter une fonction Scilab renvoyant  $f(x, y)$ , puis de choisir, parmi trois nappes, laquelle représentait  $f$ .

- Les calculs basiques posent visiblement problème à de nombreux candidats, notamment pour résoudre un système de deux équations.

**L'exercice 2**, portant sur le programme d'algèbre et d'analyse, présentait l'étude de l'endomorphisme  $\varphi$ , qui à tout polynôme  $P$  de  $\mathbb{R}_2[X]$  associe le polynôme  $\varphi(P)$  défini par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, (\varphi(P))(x) = \int_0^1 P(x+t) dt$$

Une question demandait de compléter un script Scilab permettant d'afficher la matrice  $A^n$ , où  $A$  désigne la matrice de  $\varphi$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}_2[X]$ . La fin de l'exercice proposait une méthode de détermination de  $A^n$ .

- Beaucoup de confusions entre les notions suivantes : endomorphisme et automorphisme, inversible et diagonalisable, etc.

**L'exercice 3** portait sur la partie probabilités du programme. On considérait une suite  $X_1, \dots, X_n, \dots$  de variables aléatoires définies sur le même espace probabilisé, indépendantes et suivant la loi  $\mathcal{E}(1)$ . L'objectif était dans un premier temps d'étudier la variable  $Y_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , puis de prouver la convergence en loi de la suite  $(Z_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ , avec  $Z_n = Y_n - \ln n$ , vers une variable aléatoire suivant la loi de Gumbel (présentée dès la première question). En amont, une simulation informatique permettait de conjecturer ce résultat.

- La notion de convergence en loi semble floue pour de nombreux candidats.

**Le problème**, portant sur le programme d'algèbre et de probabilité, proposait, dans la première partie, l'étude d'une chaîne de Markov à quatre états.

Les deux parties suivantes avaient pour objectif de calculer la puissance  $n$ -ième de la matrice de cette chaîne, ceci de deux façons différentes.

La dernière partie, très courte, portait sur le programme d'informatique, avec la simulation de la chaîne de Markov étudiée dans la première partie.

- Comme d'habitude, la formule des probabilités totales a été copieusement martyrisée par de nombreux candidats.
- La formule du binôme, pourtant classique, semble rebuter la très grande majorité des candidats. Parmi ceux qui ont tenté de répondre à cette question, beaucoup, certainement peu concentrés, ont fait des fautes impardonnables (oubli du coefficient binomial ou encore faute de calcul), ce qui les a lourdement pénalisés.

### Statistiques

- Pour l'ensemble des 3927 candidats ayant composé, la moyenne obtenue à cette épreuve est égale à 10,697 sur 20 (supérieure de 0,2 point à celle de l'année dernière) et l'écart type vaut 6 (inférieur d'un demi-point à celui de l'année dernière, mais toujours très important).

- 37,2% des candidats, contre 40,3% l'année dernière, ont une note strictement inférieure à 8 (dont 16,4%, ont une note inférieure à 4).

- 19,7% des candidats ont une note comprise entre 8 et 12 (pourcentage supérieur à celui de 2016 qui était égal à 18,2%).

- 24,3% des candidats ont une note supérieure ou égale à 16 (pourcentage inférieur à celui de 2016 qui était égal à 25,8%).

### Conclusion

Comme l'an dernier, le niveau est très hétérogène et l'impression générale ressentie à la lecture des copies amène à penser que les questions les plus subtiles, qui demandent une compréhension fine de la théorie, quel que soit le domaine concerné, échappent à presque tous les candidats. Les meilleurs ont acquis des techniques et des réflexes mais ne comprennent pas forcément ce qu'ils font.

Les copies sont, dans l'ensemble, bien présentées malgré la présence d'un nombre assez élevé de candidats qui ne respectent pas la numérotation des questions, voire même l'oublient, écrivent mal (ce sont souvent les mêmes) et rendent la tâche du correcteur pénible : qu'ils sachent qu'ils n'ont rien à gagner à pratiquer de la sorte, bien au contraire.

Citons également, ceux, en assez grand nombre, qui font de nombreuses fautes de calcul (souvent par manque de concentration) qui perturbent gravement le déroulement du raisonnement et empêchent de trouver le bon résultat voire obligent à tricher pour le trouver ! Pour clore ce paragraphe, les candidats ne doivent pas oublier qu'une épreuve de concours valide deux années d'étude : il faut donc garder en tête les connaissances de première année.

Il reste toujours un noyau de candidats qui ne peuvent s'empêcher de faire du remplissage au lieu d'argumenter face aux questions dont le résultat est donné : aucun correcteur n'est dupe, rappelons-le.

L'investissement en informatique, à peu près stable par rapport à l'année dernière, a permis à de nombreux candidats de glaner des points sans y passer énormément de temps.

Précisons pour les futurs candidats qu'ils ne sont pas obligés de recopier les énoncés des questions avant de les traiter et qu'ils ne sont pas, non plus, obligés de recopier tout un programme d'informatique si la question posée était seulement de compléter quelques instructions manquantes.

Pour finir, il va de soi que, s'il est demandé de compléter une commande `Scilab`, on pénalise très peu si le candidat en écrit plusieurs (pourvu qu'elles répondent à la question).

Rappelons, comme d'habitude, que l'honnêteté, la simplicité, la précision et la rigueur sont des vertus attendues par tous les correcteurs sans exception, et qu'une bonne réponse est toujours une réponse construite rigoureusement.