

MATHÉMATIQUES

Options scientifique, économique, technologique et B/L

L'objectif de l'oral de mathématiques consiste à mesurer un certain nombre de qualités qu'une épreuve écrite ne révèle pas nécessairement : qualité de l'expression, précision de l'argumentation, concision, fluidité, réactivité consécutive à un renseignement fourni par les examinateurs.

A cet égard, le bilan de l'épreuve orale de mathématiques du concours 2005 a laissé clairement apparaître que la procédure d'interrogation consistant à poser trois exercices (dont une question sans préparation) ne s'est pas révélée tout à fait satisfaisante aussi bien pour les candidats que pour les interrogateurs. En effet, ce mode d'interrogation (préparation de deux exercices en 30 minutes) tend à privilégier la technicité au détriment de tout approfondissement des thèmes abordés, et accroît la difficulté, pour les interrogateurs, de porter un jugement sur les qualités de réflexion des candidats.

Aussi, le jury a souhaité faire évoluer la procédure d'interrogation, dès le concours 2006, dans une direction plus conforme à l'esprit du récent programme de classes préparatoires commerciales.

1 - Procédure d'interrogation

Depuis le concours 2006, le sujet proposé aux candidats comprend deux parties:

- un *exercice principal* préparé pendant 30 minutes et portant sur l'une des trois parties suivantes du programme : *algèbre, probabilités et fonctions de plusieurs variables* (les problèmes d'optimisation se rencontrent fréquemment en statistique mathématique, en économie et en finance), visant à apprécier les qualités techniques, de réflexion et de raisonnement des candidats, ainsi que leur niveau de maîtrise du cours. De plus, une *question de cours* en rapport avec le thème de l'exercice, fait partie de l'exercice principal.
- un *exercice sans préparation* portant sur une partie différente de celle de

l'exercice principal (sans exclusive), dont le but est de tester en temps réel, d'une part, les qualités d'initiative et de réactivité des candidats, et d'autre part, leur compréhension du cours.

Dans tous les cas, chaque candidat est interrogé en *probabilités*, soit au titre de l'exercice principal (20 à 25 minutes), soit à celui de l'exercice sans préparation (5 à 10 minutes). Enfin, dans chaque jury, le même sujet est posé successivement à deux candidats.

2 - Résultats et commentaires

Les notes moyennes obtenues dans les quatre options sont les suivantes :

- *option scientifique* : 10,47 (485 candidats)
- *option économique* : 9,33 (162 candidats)
- *option technologique* : 11,33 (3 candidats)
- *option B/L* : 6,89 (9 candidats)

Par rapport aux résultats des épreuves orales du concours 2005, on note une quasi stabilité de la moyenne en option scientifique (10,45 en 2005), et une nette augmentation de plus d'un demi point de la moyenne en option économique (8,78 en 2005). Les effectifs de candidats admissibles dans les options technologique et B/L sont trop faibles pour pouvoir effectuer une comparaison entre les résultats des deux concours ; rappelons toutefois qu'en 2005, sur les 6 candidats de l'option technologique, la note moyenne fut de 7,67 et que celle des 11 candidats de l'option B/L s'était établie à 9,00.

Globalement, malgré la spécificité du programme de mathématiques de chaque option, il apparaît que le niveau moyen des candidats de l'option scientifique est plus élevé que celui des candidats des autres options, mais que quelque soit l'option, l'oral de mathématiques joue manifestement un rôle déterminant dans la sélection des meilleurs candidats.

Cependant, on observe de façon récurrente certaines maladroites de forme dans l'exposé du sujet préparé. Ainsi, un grand nombre de candidats n'utilise pas rationnellement leur temps de préparation. Le jury attend du candidat un exposé d'une dizaine de minutes de ses résultats, puis l'aide éventuellement à compléter les autres questions dans les 10 minutes restantes ; trop souvent l'exercice préparé est à reprendre en totalité. Un nombre important de candidats se montrent trop passifs, manquent d'initiative et produisent un exposé oral très confus qui les pénalise lourdement.

3 - Erreurs les plus fréquentes

a) *Questions de cours*

Les questions de cours, pourtant classiques et reprenant les termes identiques à ceux du programme, ont provoqué un effet de surprise chez certains candidats, qui n'ont pas su énoncer clairement les hypothèses nécessaires à la compréhension d'un théorème ; parmi les exemples les plus récurrents, on peut citer l'oubli d'hypothèses d'indépendance sur les théorèmes limites en probabilités, les difficultés à bien différencier variables aléatoires discrètes ou continues, et les oublis des quantificateurs qui rendent les énoncés incompréhensibles dans le meilleur des cas ou faux le plus souvent.

b) *Algèbre linéaire*

- Pour déterminer les valeurs propres d'une matrice, les candidats utilisent systématiquement la méthode de réduction de Gauss (surtout en option économique) ou une méthode "système d'équations", sans vraiment tenir compte de la forme de la matrice et sans repérer des valeurs propres ou des vecteurs propres évidents. Bien entendu, ceux qui ont su reconnaître "à vue d'œil" les valeurs ou vecteurs propres ont été récompensés.
- De nombreux candidats parlent *du* vecteur propre associé à une valeur propre, ou encore *du* polynôme annulateur d'un endomorphisme, ce qui les conduit par exemple, en mélangeant cardinal et dimension, à dire qu'il existe un unique vecteur propre associé à la valeur propre considérée.

c) *Fonctions de plusieurs variables*

La méthode de recherche des points critiques et les conditions d'existence de maximums/minimums locaux avec les notations de Monge sont en général bien connues ; toutefois les candidats oublient souvent de préciser la nature locale/globale de l'extremum.

d) *Probabilités*

- Beaucoup de candidats éprouvent des difficultés à travailler sur les événements.
- On note également trop d'imprécisions concernant la définition d'une fonction de répartition, d'une densité, voire une confusion entre les deux concepts, surtout en option économique.
- Dans l'application de la formule du transfert, les candidats omettent souvent l'hypothèse de convergence absolue.

- Les convergences en loi et en probabilité donnent lieu à de nombreuses imprécisions ou confusions. Ainsi, dans l'énoncé de la loi des grands nombres, il manque l'indépendance des variables aléatoires et le fait que les espérances et variances soient les mêmes pour toutes les variables aléatoires considérées. De même, il manque souvent l'hypothèse d'indépendance dans l'énoncé du théorème de la limite centrée.
- Bien que la plupart des candidats sachent reconnaître le caractère non biaisé ou convergent (option scientifique) d'un estimateur d'un paramètre inconnu, la définition d'un estimateur n'est pas du tout maîtrisée.

4 - Recommandations

Un certain nombre de candidats utilisent dans leurs argumentations, des concepts qui dépassent le cadre du programme mais sont dans l'incapacité de manipuler des notions simples. Il serait préférable de connaître les définitions de base plutôt que de tenter d'appliquer des recettes apprises par cœur.

De même, beaucoup de candidats ne vérifient pas la cohérence des résultats annoncés (et obtenus pendant la préparation) : des fonctions de répartition qui ne tendent pas vers 0 en $-\infty$ ou vers 1 en $+\infty$, des probabilités supérieures à 1, des dimensions de sous-espaces vectoriels supérieures aux dimensions des espaces qui les contiennent, etc.

On note aussi de nombreuses erreurs dans des calculs élémentaires (dérivations, primitives de fonctions simples, calculs de sommes de séries géométriques), ou encore des résultats non simplifiés à leur plus simple expression.

Enfin, la confusion trop fréquente entre "l'équivalence" et "l'implication" conduit à des raisonnements erronés.

Aussi, le jury de mathématiques réitère aux futurs candidats les recommandations qu'il avait faites à l'issue du concours 2005 : une très solide assimilation du cours, une préférence pour le raisonnement plutôt que pour la récitation de formules mal comprises, et un exposé essentiellement oral.